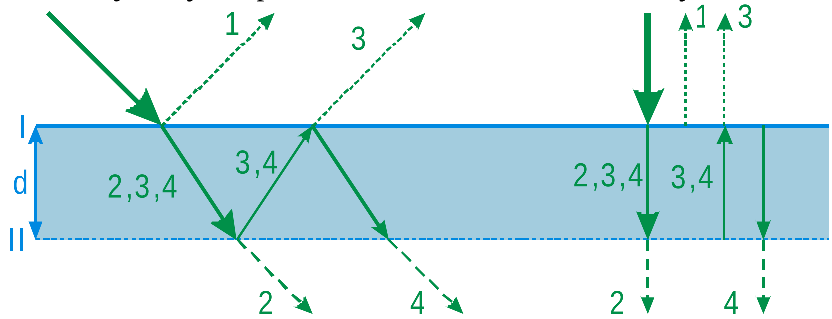
5.3.3 Interference na tenké vrstvě

Předpoklady: 5302

Bublina z bublifuku, slabounká vrstva oleje na vodě, někteří brouci – jasné duhové barvy, u bublin se přelévají, barvy se mění s úhlem, pod kterým povrch pozorujeme ⇒ zřejmě jiný mechanismus, než obyčejné barvy (barevné tričko má stejnou barvu ze všech směrů)
⇒ barvy vznikají interferencí dopadajícího světla na tenkou vrstvu

Co se děje, když dopadá světlo na tenkou vrstvu vody, která tvoří bublinu?

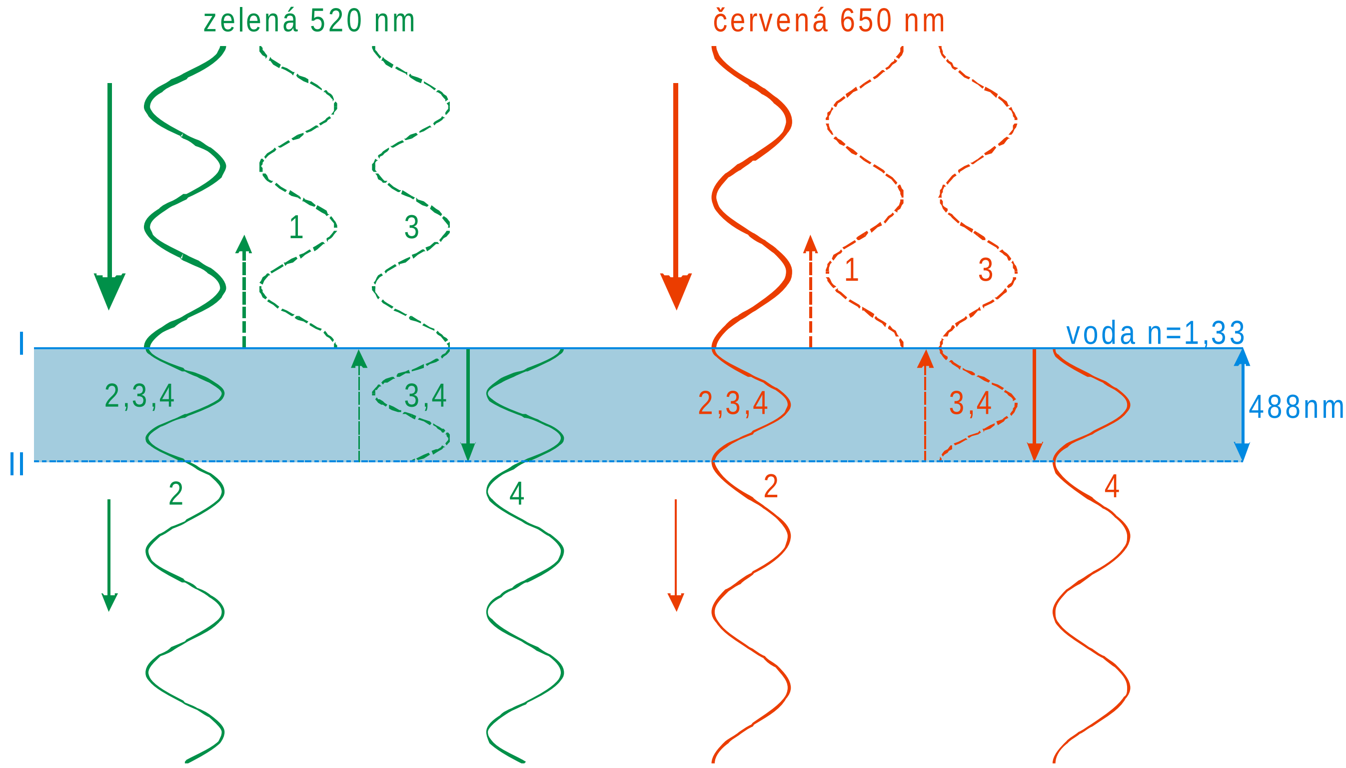


Situace je lépe vidět u šikmého dopadu (vlevo), hůře u kolmého (vpravo, všechny paprsky by měly být nakresleny v jedné přímce).
Paprsek světla dopadá na bublinu (při každém dopadu na rozhraní se část světla odrazí a část pronikne dovnitř):

- světlo dopadá na horní rozhraní (rozhraní vzduch-voda, na obrázku označeno I)
- část světla se odráží (paprsek 1), část proniká do vody (paprsek 2,3,4)
- paprsek 2,3,4 dopadá na dolní rozhraní (rozhraní voda-vzduch) na obrázku značeno II)
- část světla se odráží zpět do vody (paprsek 3,4), část proniká do vzduchu a pokračuje dál směrem dolů (paprsek 2)
- paprsek 3,4 dopadá na horní rozhraní (rozhraní voda-vzduch) na obrázku značeno I)
- část světla se odráží zpět do vody (paprsek 4), část proniká do vzduchu a pokračuje dál směrem nahoru (paprsek 3)
- část paprsku 4 by se opět odrazila směrem nahoru, a tak dále ⇒ intenzita tohoto odraženého paprsku je však podstatně menší než paprsku 3,4 a proto ji zanedbáváme

Pokud se díváme na bublinu shora, vidíme součet paprsků 1 a 3, pokud se koukáme zezdola vidíme součet paprsků 2 a 4.

Nakreslíme si přesnější obrázek, ve kterém budou vidět i jednotlivé vlny světla.
Obrázek velmi tenké vrstvy vody ($d=488\,\mathrm{nm}$), sledujeme dvě barvy spektra, zelenou ($\lambda=520\,\mathrm{nm}$) a červenou ($\lambda=650\,\mathrm{nm}$).
Paprsky letící dolů jsou nakresleny plnou čarou, paprsky letící nahoru jsou nakresleny čárkovaně.



Jednotlivé odrazy probíhají tak, jak jsme si říkali u prvního obrázku.
Pokud se díváme na bublinu shora, vidíme součet paprsků 1 a 3, pokud se koukáme zezdola vidíme součet paprsků 2 a 4. Mezi dvojicí paprsků vzniká dráhový rozdíl (vždy jeden paprsek z dvojice projde ve vodě dráhu o 2 *d* delší), která je malý ⇒ dvojice paprsků mezi sebou interferují.

Př. 1: Rozhodni podle obrázku jakou interferenci uvidíme pro zelené světlo v odraženém světle (paprsky 1 a 3) a v prošlém světle (paprsky 2 a 4).

Odražené světlo tvoří dva paprsky 1 a 3 - oba mají stejnou fázi ⇒ jejich výchylky se skládají ⇒ v odraženém světle bude hodně zeleného světla = interferenční maximum
Prošlé světlo tvoří dva paprsky 2 a 4 - oba mají opačnou fázi ⇒ jejich výchylky se odčítají ⇒ v prošlém světle bude málo zeleného světla = interferenční minimum

Př. 2: Najdi skrytý rozpor v předchozí argumentaci o interferenci zeleného světla na obrázku.

Dráhový rozdíl (a tím pádem i rozdíl v optické dráze) v obou dvojicích paprsků je stejný ⇒ mezi paprsky 1 a 3 by mělo docházet ke stejnému druhu interference jako mezi paprsky 2 a 4, v obou případech by mělo jít buď o interferenční maximum nebo interferenční minimum.
Pokud je obrázek nakreslený správně, musí mezi dvojicemi paprsků existovat rozdíl, o kterém jsme nemluvili.

Při odrazu, kterým vznikl paprsek 1, se mění jeho fáze. Při ostatních odrazech zůstává fáze stejná.
Příčinou rozdílu je druh odrazu:

- Paprsek 1 vznikl při dopadu světla na rozhraní vzduch-voda, tedy při přechodu světla z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího. Takový odraz je analogií odrazu na pevném konci a mění se fáze vlnění na opačnou (jakoby přibyl dráhový rozdíl $\frac{\lambda}{2}$).
- Ostatní paprsky vznikly při dopadu na rozhraní voda-vzduch, tedy při přechodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího. Takový odraz je analogií odrazu na volném konci a fáze vlnění se nemění.

$\Rightarrow$ Fázový rozdíl mezi paprsky 1 a 3 je o $\frac{\lambda}{2}$ větší než mezi paprsky 2 a 4 $\Rightarrow$ obě dvojice paprsků interferují přesně opačným způsobem

Př. 3: Rozhodni podle obrázku jakou interferenci uvidíme pro červené světlo v odraženém světle (paprsky 1 a 3) a v prošlém světle (paprsky 2 a 4). Jakou barvu uvidíme, když budeme pozorovat vodní vrstvičku seshora (v odraženém světle), a jakou barvu uvidíme, když budeme vrstvičku pozorovat zezdola (v prošlém světle).

Odražené světlo tvoří dva paprsky 1 a 3 - oba mají opačnou fázi $\Rightarrow$ jejich výchylky se odčítají $\Rightarrow$ v prošlém světle bude málo červeného světla = interferenční minimum
Prošlé světlo tvoří dva paprsky 2 a 4 - oba mají stejnou fázi $\Rightarrow$ jejich výchylky se skládají $\Rightarrow$ v odraženém světle bude hodně červeného světla = interferenční maximum
$\Rightarrow$

- seshora vidíme odražené světlo (sčítání zeleného a odčítání červeného světla) $\Rightarrow$ vrstva se bude zdát zelená
- zezdola vidíme prošlé světlo (odčítání zeleného a sčítání červeného světla) $\Rightarrow$ vrstvu vidíme červenou

Shrnutí:
Kde se bere rozdíl mezi zeleným a červeným světlem?

- Zelené světlo má kratší vlnovou délku $\Rightarrow$ při dvou průchodech vrstvou vody (dráhový rozdíl mezi paprsky 1 a 3, i mezi paprsky 2 a 4) udělá 2 a půl vlnovky, červené světlo pouze dvě vlnovky.

Proč se oba druhy světla chovají jinak v odraženém a prošlém světle?

- U odraženého světla hraje roli i odraz paprsku 1 na rozhraní I, kde došlo k obrácení fáze. Při vzniku paprsku 3 k obrácení fáze nedošlo $\Rightarrow$ rozdíl v optické dráze se zvětší o $\frac{\lambda}{2}$

Jak to zapsat rovnicí?
Využije podmínek pro interferenci:

- rozdíl lichého počtu půlvln $\Rightarrow$ interferenční minimum
- rozdíl sudého počtu půlvln $\Rightarrow$ interferenční maximum

Tloušťka vrstvy d
Index lomu vody n
Vlnová délka světla λ

Maximum v odraženém světle (paprsky 1 a 3)
rozdíl v optických drahách (cesta paprsku 3 ve vodě + odraz paprsku 1 na rozhraní I) = sudý počet půlvln
cesta paprsku 3 ve vodě … $2nd$ (2 – dolů a nahoru, *n* – ve vodě se vlnky *n* krát zkrátí $\Rightarrow$ optická dráha se *n* krát prodlouží)

$2nd+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}$ **podmínka pro interferenční maximum v odraženém světle**

Někdy se vztah ještě upravuje (ale pak je matoucí na zapamatování)

$2nd=2k\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}$ $\Rightarrow$ $2\mathrm{nd}=\frac{\lambda}{2}(2\mathrm{k}-1)$

Minimum v odraženém světle (paprsky 1 a 3)
rozdíl v optických drahách (cesta paprsku 3 ve vodě + odraz paprsku 1 na rozhraní I) = lichý počet půlvln

$2nd+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ **podmínka pro interferenční minimum v odraženém světle**

Někdy se vztah ještě upravuje (ale pak je matoucí na zapamatování)

$$2nd=2k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad 2nd=2k\frac{\lambda}{2}$$

Př. 4: Dosazením údajů z obrázku ověř správnost odvozených vztahů. Urči hodnotu čísla *k*.

$d=488\,\mathrm{nm}$
$n=1{,}33$

Zelená $\lambda=520\,\mathrm{nm}$ má v odraženém světle maximum:

$$2nd+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}$$
$$2\cdot1{,}33\cdot488+\frac{520}{2}=2\cdot k\cdot\frac{520}{2}$$
$$1298+260=520\cdot k$$
$$k=2{,}996=3$$

Červená $\lambda=650\,\mathrm{nm}$ má v odraženém světle minimum:

$$2nd+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
$$2\cdot1{,}33\cdot488+\frac{650}{2}=(2\cdot k+1)\cdot\frac{650}{2}$$
$$1298=650\cdot k$$
$$k=2$$

Za *k* měla vyjít celá čísla $\Rightarrow$ vztahy jsou v pořádku.

Jaký je význam čísla *k*?
k určuje řád minima nebo maxima. Nejzajímavější jsou maxima a minima prvního řádu, čím je řád vyšší tím je maximum i minimum méně patrné, protože
- se snižuje koherence sčítaných paprsků
- objevují se maxima nebo minima jiných řádů pro jiné vlnové délky

Pedagogická poznámka: Následující příklady samozřejmě není možné spočítat ve zbytku hodiny. Spíše by bylo třeba ještě jednu hodinu na samotné příklady. Pokud tato hodina k dispozici není, ukážu studentům ještě obrázek, na kterém je vysvětleno, proč se s úhlem pohledu mění interferenční obrazec.

Př. 5: Odvoď vztahy pro maximum a minimum v prošlém světle.

Maximum v prošlém světle (paprsky 2 a 4)
rozdíl v optických drahách (cesta paprsku 4 ve vodě od oddělení paprsku 2) = sudý počet půlvln

cesta paprsku 4 ve vodě od oddělení paprsku 2 … $2nd$ (2 – dolů a nahoru, *n* – ve vodě se vlnky *n* krát zkrátí ⇒ optická dráha se *n* krát prodlouží)

$2nd=2k\frac{\lambda}{2}$ **podmínka pro interferenční maximum v prošlém světle**

Minimum v prošlém světle (paprsky 2 a 4)
rozdíl v optických drahách (cesta paprsku 4 ve vodě od oddělení paprsku 2) = lichý počet půlvln

$2nd=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ **podmínka pro interferenční minimum v odraženém světle**

Př. 6: Urči tloušťku bubliny z bublifuku (index lomu $n=1{,}35$) v místech, ve kterých je v odraženém světle vidět žlutá barva $\lambda=589\,\text{nm}$.

Použijeme vztah odvozený před chvílí:

$$2nd+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}$$

$$2nd=2k\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}$$

$$2nd=\frac{\lambda}{2}(2k-1)$$

$$d=\frac{\lambda\cdot(2k-1)}{4\cdot n}$$

Musíme se rozhodnout, jaký je řád maxima. Nejvýraznější jsou maxima prvního řádu $k=1$.

$$d=\frac{\lambda\cdot(2k-1)}{4\cdot n}=\frac{589\cdot(2\cdot1-1)}{4\cdot1{,}35}\,\text{nm}=109\,\text{nm}$$

Zkusíme určit tloušťku i v případě, že by jednalo o maximum vyššího řádu:

$k=2$

$$d=\frac{\lambda\cdot(2k-1)}{4\cdot n}=\frac{589\cdot(2\cdot2-1)}{4\cdot1{,}35}\,\text{nm}=327\,\text{nm}$$

$k=3$

$$d=\frac{\lambda\cdot(2k-1)}{4\cdot n}=\frac{589\cdot(2\cdot3-1)}{4\cdot1{,}35}\,\text{nm}=545\,\text{nm}$$

$k=4$

$$d=\frac{\lambda\cdot(2k-1)}{4\cdot n}=\frac{589\cdot(2\cdot4-1)}{4\cdot1{,}35}\,\text{nm}=764\,\text{nm}$$

Mýdlová bublina má tloušťku 109 nm.

Př. 7: Urči vlnové délky všech druhů viditelného světla, které mají maximum libovolného řádu v odraženém světle na bublině o tloušťce $d=109\,\text{nm}$ (index lomu $n=1{,}35$).

Použijeme vztah odvozený před chvílí:

$$2nd+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}$$

$$2nd=\frac{\lambda}{2}(2k-1)$$

$$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}$$

Postupně dosazujeme různé hodnoty koeficientu k.

$k=1$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 109}{2\cdot 1-1}\,\text{nm}=589\,\text{nm}$ žluté světlo, muselo vyjít, tloušťku jsem určil v předchozím příkladě pro toto žluté světla

$k=2$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 109}{2\cdot 2-1}\,\text{nm}=196\,\text{nm}$ jde o UV záření $\Rightarrow$ žlutá barva je jediné okem viditelné světlo, které má maximum na této vrstvě

Př. 8: Urči vlnové délky všech druhů viditelného světla, které mají maximum libovolného řádu v odraženém světle na bublině o tloušťce $d=545\,\text{nm}$ (index lomu $n=1{,}35$).

Stejné jako předchozí příklad. Postupně dosazujeme různé rostoucí hodnoty koeficientu k.

$k=1$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 545}{2\cdot 1-1}\,\text{nm}=2943\,\text{nm}$ infračervené záření

$k=2$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 545}{2\cdot 2-1}\,\text{nm}=981\,\text{nm}$ infračervené záření

$k=3$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 545}{2\cdot 3-1}\,\text{nm}=589\,\text{nm}$ žluté světlo (pro toto světlo jsme určili tloušťku vrstvy)

$k=4$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 545}{2\cdot 4-1}\,\text{nm}=420\,\text{nm}$ fialové světlo

$k=5$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 545}{2\cdot 5-1}\,\text{nm}=327\,\text{nm}$ UV záření

$\Rightarrow$ u tlustší vrstvy dochází k maximální interferenci pro dvě různé vlnové délky $\Rightarrow$ nevidíme v odraženém světle stejnou barvu jako u vrstvy o tloušťce 109 nm.

Př. 9: Urči vlnové délky všech druhů viditelného světla, které mají minimum libovolného řádu v odraženém světle na bublině o tloušťce $d=109\,\text{nm}$ (index lomu $n=1{,}35$).

Použijeme vztah odvozený před chvílí:

$$2nd+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$2nd=2k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}$$

$$2nd=2k\frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda=\frac{2\cdot n\cdot d}{k}$$

Postupně dosazujeme různé hodnoty koeficientu k.

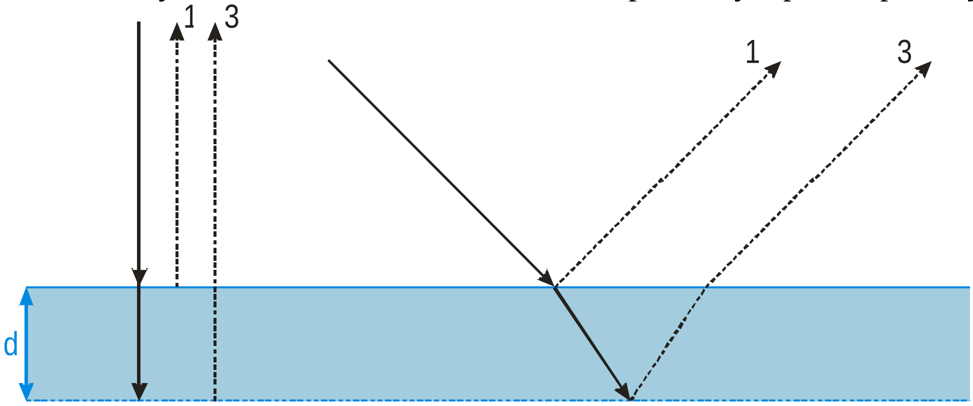
$k=1$

$\lambda=\frac{2\cdot n\cdot d}{k}=\frac{2\cdot 1{,}35\cdot 109}{1}\,\mathrm{nm}=294\,\mathrm{nm}$ UV záření

$k=2$

$\lambda=\frac{2\cdot n\cdot d}{k}=\frac{2\cdot 1{,}35\cdot 109}{2}\,\mathrm{nm}=147\,\mathrm{nm}$ opět UV záření $\Rightarrow$ žádný druh viditelného světla nemá na této vrstvě minimum

Proč se barvy vzniklé interferencí mění s úhlem, pod kterým povrch pozorujeme?



Při kolmém dopadu je dráhový rozdíl 2*d*.
Pokud paprsky dopadají šikmo, zvětší se jejich dráhový rozdíl a tím se změní vlnová délka světla, pro které nastává interferenční maximum nebo minimum.
Pozor: Úhel, pod kterým vidíme paprsky, není stejný jako úhel, pod kterým se šíří paprsky ve vrstvě, při přechodu světla do vrstvy dochází k lomu.

Př. 10: Urči vlnové délku světla, které mají maximum 1. řádu v odraženém světle na bublině o tloušťce $d=109\,\mathrm{nm}$ (index lomu $n=1{,}35$), pokud se koukáme pod 45°.

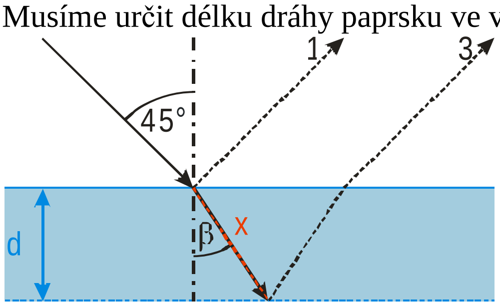
Vztah odvozený pro maximum v odraženém světle na mýdlové bublině:

$2nd+\frac{\lambda}{2}=2k\frac{\lambda}{2}$

$2nd=\frac{\lambda}{2}(2k-1)$

$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}$

Musíme určit délku dráhy paprsku ve vrstvě.



Z obrázku je zřejmé, že místo tloušťky vrstvy *d* je dráha paprsku udána vzdáleností *x*.

Platí $\cos\beta=\frac{d}{x}\Rightarrow x=\frac{d}{\cos\beta}$.

Dosadíme: $\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{2k-1}=\frac{4\cdot n\cdot d}{(2k-1)\cdot\cos\beta}$

Úhel β určíme ze zákona lomu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow\sin\beta=\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha$$

Určíme úhel β :

$$\sin\beta=\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha=\frac{1}{1{,}35}\cdot\sin 45°=0{,}524\Rightarrow\beta=31°35'$$

Dosadíme do vzorce $k=1$.

$$\lambda=\frac{4\cdot n\cdot d}{(2k-1)\cdot\cos\beta}=\frac{4\cdot 1{,}35\cdot 109}{(2k-1)\cdot\cos 31°35'}\,\text{nm}=691\,\text{nm}$$ $\Rightarrow$ Maximum v odraženém světle se přesunulo do červeného světla

Shrnutí: Při interferenci na tenké vrstvě (kvůli koherenci) vznikají barvy, které se mění s úhlem pohledu.